$\Leftrightarrow \{S(J)\} = \Delta \cap D = \{I\}$

D'où $S(J) = I$.

c- $S(J) = I \Rightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{\Omega J}, \overrightarrow{\Omega I}\right)} \equiv \frac{\pi}{2} \quad [2\pi]$

$\Rightarrow \Omega \in$ au cercle de diamètre [IJ].

PROBLEME

A-1)a- f_n est dérivable sur IR^+ (produit de deux fonctions dérivables)

• $\forall x \in IR^+; f'_n(x) = nx^{n-1}e^{-nx} - nx^n e^{-nx} = nx^{n-1}e^{-nx}(1-x)$

$\Rightarrow sig(f'_n(x)) = sig(1-x); \forall x \in IR^+$.

Premier cas : $n = 1$

x	0		1		$+\infty$
$f'_1(x)$	0	$+$	0	$-$	
$f_1(x)$	0	↗	e^{-1}	↘	0

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f_1(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} xe^{-x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{\frac{e^x}{x}} = 0$

Deuxième cas : $n \geq 2$.

x	0		1		$+\infty$
$f'_n(x)$	0	$+$	0	$-$	
$f_n(x)$	0	↗	e^{-n}	↘	0

• $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x^n e^{-nx} = \lim\limits_{x\to+\infty} (xe^{-x})^n = 0$

b- $f_{n+1}(x) - f_n(x) = x^{n+1}e^{-(n+1)x} - x^n e^{-nx} = x^n e^{-nx}[xe^{-x} - 1]$

Or d'après le tableau de variation de f_1 on a:

$\forall x \geq 0; f_1(x) \leq e^{-1} < 1 \Rightarrow \forall x \geq 0; xe^{-x} - 1 < 0$

Par suite $\forall x \geq 0; f_{n+1}(x) - f_n(x) = x^n e^{-nx}[xe^{-x} - 1] \leq 0$

Ce qui donne que C_{n+1} est au dessous de C_n.

2)a- • $f'_1(0) = 1$

$\Rightarrow T_1 : \begin{cases} y = f'_1(0)(x-0) + f_1(0) = x \\ x \geq 0 \end{cases}$ est la demi-tangente à droite à la courbe C_1 en son point $O(0,0)$.